**专题10 与等差数列相关的结论**

**一、结论**

**设为等差数列的前项和.**

**(1);**

**(2)**

**(3);**

**(4)构成等差数列.**

**(5)是关于的一次函数或常数函数，数列也是等差数列.**

**(6)**

**(7)若等差数列的项数为偶数,公差为,所有奇数项之和为,所有偶数项之和为,则所有项之和,,.**

**(8)若等差数列的项数为奇数,所有奇数项之和为,所有偶数项之和为,则所有项之和,,,,.**

**(9)**在等差数列，中，它们的前项和分别记为则**.**

**二、典型例题**

1．（2021·山西太原·高二阶段练习）设等差数列的前*n*项和为，若，，则（ ）

A．28 B．32 C．16 D．24

【答案】B

【详解】

由等差数列前n项和的性质，

可得，，，成等差数列，

∴，解得.

∴ 2，6，10，成等差数列，

可得，解得.

故选：B

**【反思】等差数列中依次项之和，，，,…组成公差为的等差数列,此结论可以直接用语计算，但是在使用公式时注意避免公式使用错误.**

2．（2022·北京·人大附中高二期末）已知等差数列的前项和为，并且，，若对恒成立，则正整数的值为（ ）

A．4 B．5 C．6 D．7

【答案】C

【详解】

由题意可得，

所以，

又，所以，

又可得，

所以等差数列的前6项为正数，从第7项起为负数，

所以， 所以.

故选：C.

**【反思】充分利用和，推出等差数列的正负项（或者单调性），从而确定数列中最大和.**

3．（2020·安徽宣城·高一阶段练习（文））已知等差数列共有项，若数列中奇数项的和为，偶数项的和为，，则公差的值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【详解】

由题意，，

所以，，

，

所以，，.

故选：A.

**【反思】对于等差数列奇偶项和问题，首先要判断项数为奇数项还是偶数项，其次再代入相应公式计算，本例中**共有项，为偶数项，代入公式：**,,，计算可得到答案.**

4．（2021·江苏·高二单元测试）已知两个等差数列和的前*n*项和分别为*Sn*和*Tn*，且=，则使得为整数的正整数*n*的个数为（ ）

A．4 B．5 C．6 D．7

【答案】B

【详解】

依题意，，又=，

于是得，

因此，要为整数，当且仅当是正整数，而，则是32的大于1的约数，

又32的非1的正约数有2，4，8，16，32五个，则*n*的值有1，3，7，15，31五个，

所以使得为整数的正整数*n*的个数为5.

故选：B

**【反思】在等差数列，中，它们的前项和分别记为则,注意此公式使用的前提：中分子分母角标一致，比如：，.但如果是这类分子分母角标不一致，不能直接使用该公式,需另寻它法.**

5．（2020·贵州铜仁伟才学校高二阶段练习）已知等差数列和的前项和分别为和，且满足，则（ ）

A． B． C． D．1

【答案】D

【详解】

由题意，令，

∴，

故选：D

**【反思】在此题中，由于角标不一致，不能直接使用公式，所以可以回归等差数列求和公式的本质：(为常数)是等差数列．**

**三、针对训练 举一反三**

**一、单选题**

1．（2022·甘肃·张掖市第二中学高二期末（理））等差数列的前项和为，若，，则（ ）

A．12 B．18 C．21 D．27

【答案】B

【详解】

因为 为等差数列的前*n*项和，且，，

所以成等差数列，

所以，

即 ，解得=18，

故选：B.

2．（2021·宁夏·石嘴山市第三中学高三阶段练习（文））已知等差数列的前项和为，且，，则（ ）

A．15 B．23 C．28 D．30

【答案】D

【详解】

由等差数列片段和的性质：成等差数列，

∴，可得，同理可得，

∴，可得.

故选：D

3．（2021·河南·高二阶段练习）已知等差数列和的前项和分别为和，且有，，则的值为（ ）

A． B． C．2 D．3

【答案】B

【详解】

因为为等差数列，

故，即，同理可得：，所以.

故选：B．

4．（2021·贵州大学附属中学高一阶段练习）设等差数列，的前*n*项和为，，若，则（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【详解】

∵等差数列，的前*n*项和为，，

∴ ，

∴，又

∴ 

故选：A.

5．（2021·全国·高二课时练习）设等差数列的前项和为．若，则数列的最小项是（ ）

A．第6项 B．第7项 C．第12项 D．第13项

【答案】B

由题意及，得，所以，且公差，所以，最小.故选*B*.

6．（2022·全国·高三专题练习）等差数列和的前*n*项和分别为与，对一切正整数*n*，都有，则等于（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【详解】

由等差数列的求和公式得，即满足型



则可令

，



故选：A

7．（2020·河南郑州·高二期中（理））首项为正数，公差不为0的等差数列，其前项和为，现有下列4个命题，其中正确的命题的个数是（ ）

①若，则；②若，则使的最大的为15；③若，，则中最大；④若，则．

A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

【答案】B

【详解】

①若，则，因为数列是首项为正数，公差不为0的等差数列，所以，，那么，故①不成立；

②若，则，因为数列是首项为正数，公差不为0的等差数列，所以，，，，则使的最大的为15，故②成立；

③，，则，因为数列是首项为正数，公差不为0的等差数列，所以中的最大项是，故③正确；

④若，则，但，不确定的正负，故④不正确.

故选：B

8．（2020·河北·武邑武罗学校高二期中）已知等差数列的公差为4，项数为偶数，所有奇数项的和为15，所有偶数项的和为55，则这个数列的项数为

A．10 B．20 C．30 D．40

【答案】B

【详解】

设等差数列的公差为，项数为，前项和为，则，即这个数列的项数为20，故选择*B*.

9．（2022·重庆·西南大学附中高二期末）已知等差数列共有项，其中奇数项之和为290，偶数项之和为261，则的值为（ ）．

A．30 B．29 C．28 D．27

【答案】B

【详解】

奇数项共有项，其和为，

∴．

偶数项共有*n*项，其和为，

∴．

故选：B．

**二、填空题**

10．（2021·全国·高三专题练习）设*Sn*为等差数列{*an*}的前*n*项和，若{*an*}的前2017项中的奇数项和为2018，则*S2017*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】4034

【详解】

因为，所以，

故.

故答案为：4034.

11．（2020·四川省绵阳南山中学模拟预测（理））设是等差数列的前项和，若，，则数列中的最大项是第\_\_\_\_\_\_项.

【答案】13

【详解】

解：在等差数列中，

由，，得，

，

则数列是递减数列，且前13项大于0，自第14项起小于0，

数列从第14项起为负值，

而为递增数列，

数列的最大项是第13项．

故答案为：13．

12．（2019·河南·郑州一中高二开学考试）等差数列中，，，给出下列命题：①，②，③是各项中最大的项，④是中最大的值，⑤为递增数列.其中正确命题的序号是\_\_\_\_\_\_.

【答案】①②④

【详解】

等差数列中，，，所以，则．

所以，则．

所以①正确．

②整理得正确．

③是各项中最大的项，应该是最小的正数项．故错误．

④是中最大的值，正确；

⑤为递增数列．错误，应改为递减数列．

故答案为：①②④．